

令和2年度 九州国際大学附属高等学校

数 学 入学試験問題

問題用紙（1～12ページ） 試験時間（50分）

注 意 事 項

1. 試験問題は、試験開始の合図があるまで開けないこと。
2. 試験開始後、問題冊子の印刷の不具合などに気付いた場合は手を挙げて監督者に申し出ること。
3. 解答は、すべて解答用紙に記入すること。
4. 計算機、定規、分度器、アラーム、携帯電話等の使用は禁止する。
5. 体調不良等の場合は、監督者に申し出ること。
6. 問題用紙は、各自持ち帰ること。

大問①～⑥のすべての問題に対する解答記入上の留意点

- ・ 答えに分数が含まれるときは、それ以上約分できない形で表しなさい。
- ・ 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。ただし、 $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 円周率は π を用いなさい。
- ・ 解答はすべて解答用紙の枠内に記入しなさい。

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $-2^3 + (-5)^2 \div \frac{5}{2}$ を計算しなさい。

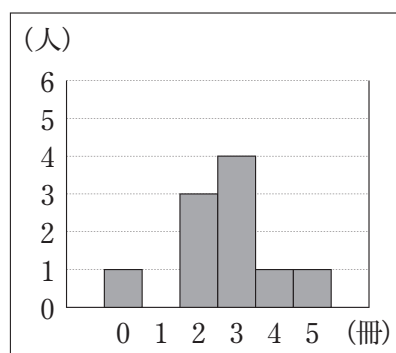
(2) $\frac{3x-2y}{2} - \frac{2x-5y}{3}$ を計算しなさい。

(3) 等式 $a = \frac{2b+c}{3}$ を b について解きなさい。

(4) 2次方程式 $x^2 - 2x - 4 = 0$ を解きなさい。

(5) 関数 $y = ax^2$ において、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 6$ であった。このとき、 a の値を求めなさい。

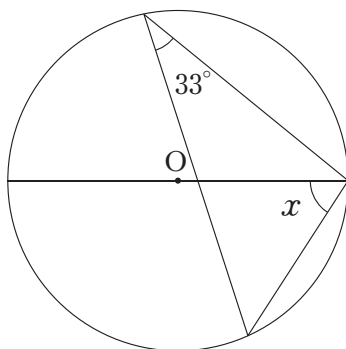
(6) 下の図は、あるクラスの生徒 10 名が冬休み中に読んだ本の冊数を、ヒストグラムに表したものである。この 10 人について述べた文として適当なものを次のア～ウから 1 つ選び、記号で答えなさい。



- ア 最頻値は 2 冊である。
- イ 中央値は 3 冊である。
- ウ 平均値は 2.6 冊である。

(7) 大小 2 つのサイコロを同時に投げる。このとき、出た目の積が奇数となる確率を求めなさい。

(8) 下の図において、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし、点 O は円の中心とする。



2 2つの自然数 a, b に対し, 記号 $a \diamond b$ を

$$a \diamond b = ab - (a + b) + 1$$

と約束する。例えば,

$$3 \diamond 5 = 3 \times 5 - (3 + 5) + 1 = 8$$

となる。このとき, 次の各問いに答えなさい。

- (1) 下の表1は, a, b がそれぞれの値をとるときの $a \diamond b$ の値をまとめたものである。
表1の(あ), (い), (う) にあてはまる値をそれぞれ求めなさい。

表1

| $a \backslash b$ | 3 | 4 | 5 |
|------------------|-----|-----|----|
| 3 | 4 | (あ) | 8 |
| 4 | (い) | (う) | 12 |
| 5 | 8 | 12 | 16 |

- (2) 次の①~③の性質のうち, 必ず成り立つものをすべて選び, 番号で答えなさい。

- ① $a = 1$ のとき, $a \diamond b$ の値は0である。
- ② a が偶数のとき, $a \diamond b$ の値は3の倍数である。
- ③ a, b がともに偶数のとき, $a \diamond b$ の値は奇数である。

(3) 下の表2は、 a, b がそれぞれの値をとるときの $a \diamond b$ の値をまとめたものである。ただし、 n は自然数とする。

表2

| | | | | |
|------------------|---------|-----|-------|---------|
| $a \backslash b$ | \dots | n | $n+1$ | \dots |
| \vdots | | | | |
| n | | (え) | (お) | |
| $n+1$ | | (か) | (き) | |
| \vdots | | | | |

表2の中の太枠で囲まれた(え)～(き)にあてはまる4つの値の和は奇数の2乗となる。下の枠内にはこのことの証明の一部が書いてある。〔証明〕を完成させなさい。

〔証明〕(え)に入る値は、

$$n \diamond n = n^2 - (n + n) + 1 = n^2 - 2n + 1$$

(お)に入る値は、

$$n \diamond (n + 1) =$$

解答用紙の枠内に記入すること。

したがって、(え)～(き)にあてはまる4つの値の和は奇数の2乗となる。

3 大輔くんと咲さんが、友人たちと一緒に昼食を作ろうと話をしています。

大輔くん「お腹がすいたなあ。みんなで何か昼食を作らない？」

咲さん「そうね。私もお腹がすいていたの。そうそう、昨日のテレビで、パスタ麺のゆで方の特集があっていたの。良かったら、みんなでパスタを作ろうよ！」

大輔くん「いい案だね、咲さん。昨日やっていたパスタ麺のゆで方、覚えている？」

咲さん「こんなこともあろうかとちゃんとメモしてあるの。テレビでは、一般的なゆで方とプロが教えるゆで方の2つが紹介されていたよ。ちなみに、パスタ麺をゆでる時には、塩を入れるんだって。」

大輔くん「そうなんだ！じゃあ、咲さんのチームと僕のチームに分かれて、それぞれの方法でゆでてみようよ。」

咲さん「そうね。じゃあ私のチームは一般的な方法でゆでるね。大輔くんのチームはプロが教える方法でゆでてみてよ。うちには大きな鍋が2つあるから、各チーム分のパスタ麺をそれぞれ一度にゆでることができるよ。」

大輔くん「わかった！早速取り掛かろう。じゃあ咲さんのメモを見てみよう。」

【咲さんのメモ】

| 一般的なパスタ麺のゆで方（1人分） | プロが教えるパスタ麺のゆで方（1人分） |
|-------------------|---------------------|
| ・麺は80g | ・麺は100g |
| ・水は麺の10倍の重さ | ・水は麺の10倍の重さ |
| ・塩は水の1%の重さ | ・塩は水の2.5%の重さ |

こうして、友人たちでパスタ麺をゆでたところ、2チーム全体に必要な水の合計は11.2Lで、大輔くんのチームが使った塩は、咲さんのチームが使った塩の6.25倍の重さであった。また、水1Lの重さは、1000gである。

各チームの人数を求めるために、咲さんのチームの人数を x 人、大輔くんのチームの人数を y 人とし、チームで使用した麺と水と塩の重さを表のように整理した。ただし、表で用いる麺、水、塩の重さの単位はすべてgとする。

表

| | 咲さんのチーム | 大輔くんのチーム |
|--------|---------|----------|
| 人数 (人) | x | y |
| 麺 (g) | | |
| 水 (g) | (あ) | |
| 塩 (g) | | (い) |

このとき、次の各問いに答えなさい。

(1) 表の (あ) と (い) にあてはまる数式を、それぞれ x , y を用いて表しなさい。ただし、答えは最も簡単な形で答えなさい。

(2) 下の に適当な整数値をあてはめて、 x , y についての連立方程式を完成させなさい。

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{} x + 5y = \boxed{} \\ y = \boxed{} x \end{array} \right.$$

(3) 大輔くんのチームの人数を求めなさい。

- 4 図1のような、 $AB = 8\text{ cm}$ 、 $AD = 9\text{ cm}$ 、 $AE = 12\text{ cm}$ の直方体 $ABCD - EFGH$ がある。点Pは、頂点Aを出発し、長方形 $ABFE$ の辺上を毎秒 2 cm の速さで $A \rightarrow B \rightarrow F$ の順に進み、頂点Fで停止する。一方、点Qは、Pが出発すると同時に頂点Aを出発し、長方形 $ADHE$ の辺上を毎秒 3 cm の速さで $A \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow E$ の順に進み、頂点Eで停止する。点Pが頂点Aを出発してから x 秒後の三角錐 $AEPQ$ の体積を $y\text{ cm}^3$ とし、特に、点Pまたは点Qが頂点AまたはEにあるときは、 $y = 0$ とする。図2は点Pが頂点Aを出発してから4秒後までの、 x と y の関係を表したグラフである。このとき、次の各問いに答えなさい。

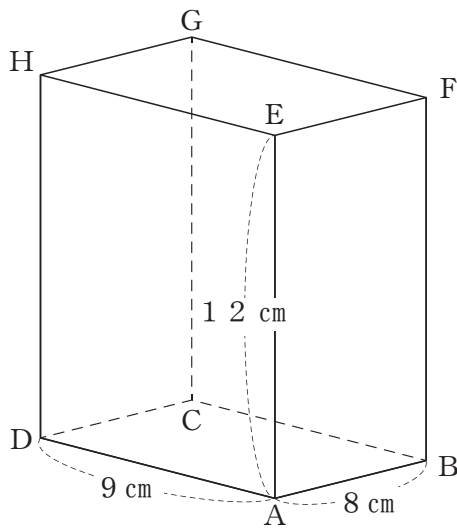


図1

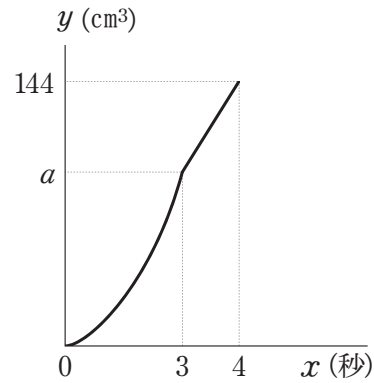
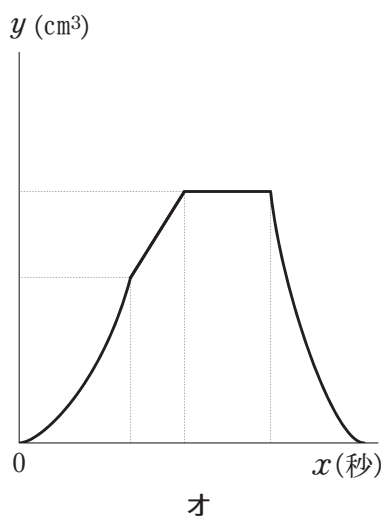
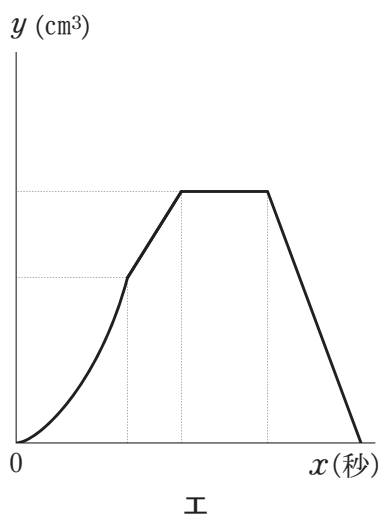
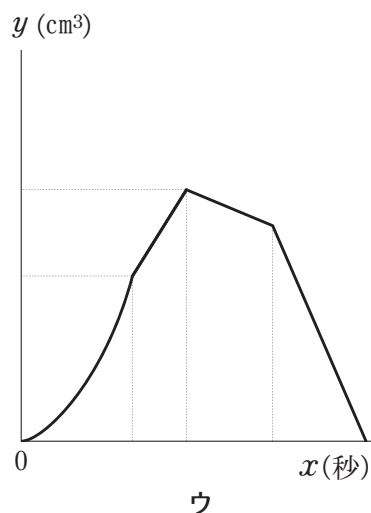
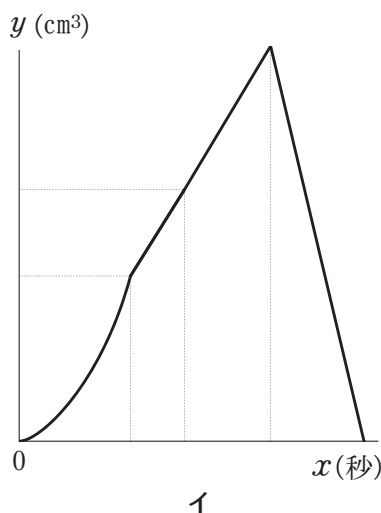
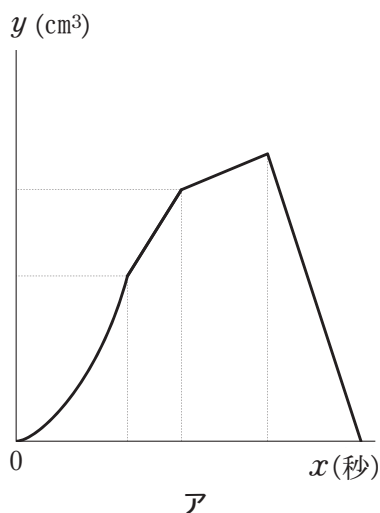


図2

- (1) 図2のグラフ中の a の値を求めなさい。
- (2) 点Pが頂点Aを出発して3秒後から4秒後までの、 x と y の関係を表す式を求めなさい。

(3) 点Pが頂点Aを出発してから停止するまでの x と y の関係を表すグラフとして最も適当なものを、次のア～オから1つ選び、記号で答えなさい。



(4) 下の にあてはまる値をすべて求めなさい。

三角錐 AEPQ の体積が 48 cm^3 となるのは、点Pが頂点Aを出発して 秒後である。

5

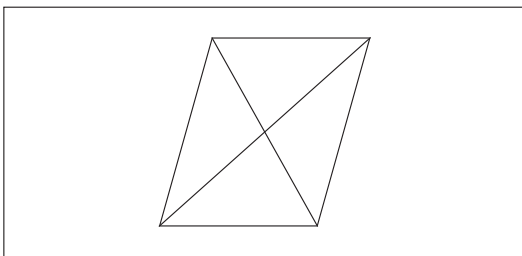
K中学校のあるクラスで、先生から下記の【課題】が提示された。ゆずるくんたちは、この【課題】について各自で考えたあと、グループで話し合いを行う。その後、【関連問題】に取り組むことにする。このとき、次の各問いに答えなさい。

【課題】

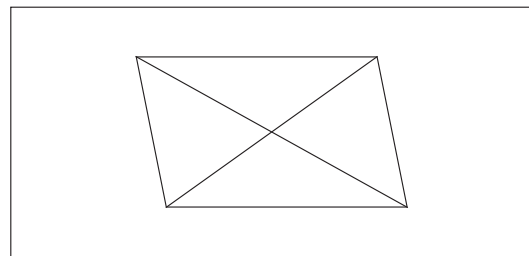
平行四辺形の対角線は垂直に交わりますか。

この【課題】に対して、ゆずるくんと梨花さんは、ノートに下のような図をかいた。

ゆずるくんの図



梨花さんの図



ゆずるくんたちは自分たちがかいた図をもとに、話し合いを始めた。

ゆずるくん 「僕と梨花さんがかいた図を見ると、対角線はどちらも垂直に交わっていないように見えるね。」

梨花さん 「本当だね。さと子さんのかいた図はどんなふうになったの？」

さと子さん 「私がかいた図でも、垂直に交わっていないよ。」

しょうまくん 「僕のかいた図では対角線は垂直に交わっているように見えるよ。」

さと子さん 「しょうまくんのかいた図を見せてよ。あれっ、これってひし形じゃない！」

梨花さん 「ひし形は平行四辺形の特別な場合だよな。そうか！平行四辺形が、特にひし形の場合には、対角線は垂直に交わるんじゃないのかなあ。」

ゆずるくん 「平行四辺形に、隣り合う辺の長さが等しいという条件を加えれば、ひし形になるんだっただよな。この内容を確認してみようかなあ。」

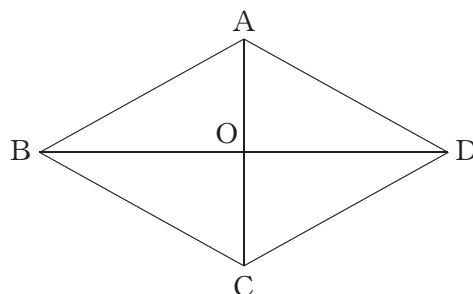
(1) ゆずるくんは、話し合いの中で予想した「ひし形の対角線は垂直に交わる」の理由を、2つの三角形の合同を示すことで明らかにしたいと考えた。【ゆずるくんのノート】の □ には証明の一部が書いてある。〔証明〕を完成させなさい。

【ゆずるくんのノート】

ひし形 $ABCD$ の対角線の交点を O とする。

〔仮定〕 $AB = AD$

〔結論〕 $\triangle ABO \equiv \triangle ADO$



〔証明〕 $\triangle ABO$ と $\triangle ADO$ について、
仮定より、 $AB = AD$ ……①

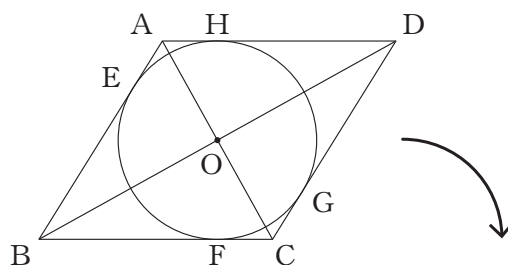
解答用紙の枠内に記入すること。

したがって、 $\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ が成立する。

このことと、 $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$ であることから、 $\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$ である。
したがって、ひし形の対角線は垂直に交わる。

【関連問題】

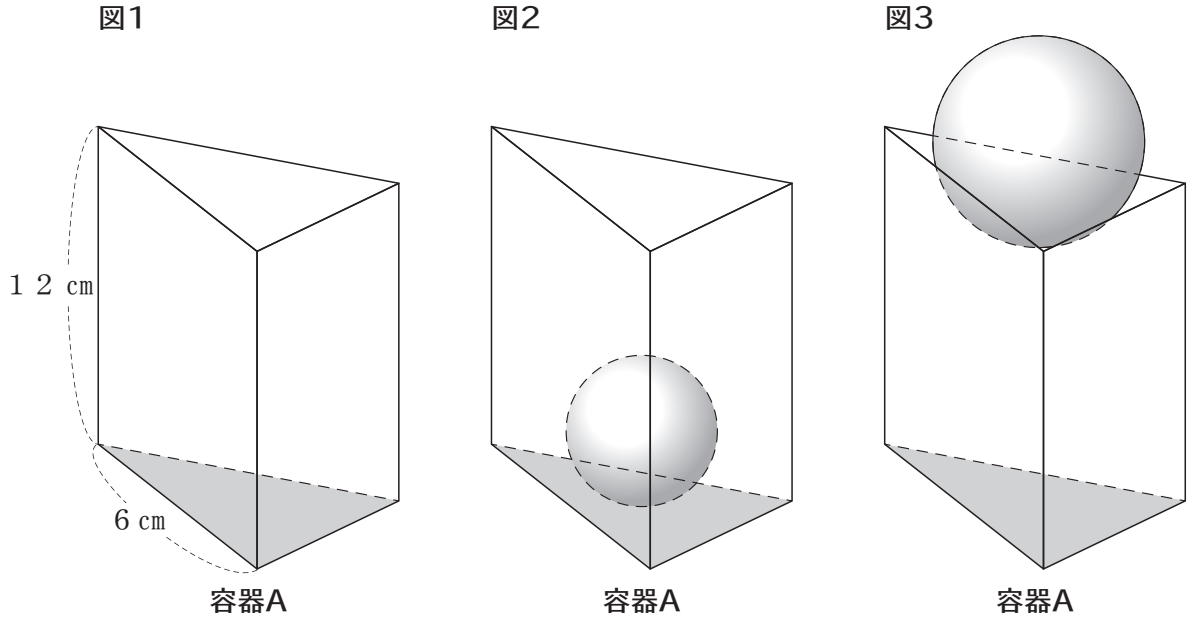
図のように、ひし形 $ABCD$ に、点 O を中心とする円を、この円がひし形の各辺とそれぞれ 4 点 E, F, G, H で接するようにかき加えた。 $AC = 8$, $BD = 8\sqrt{3}$ とする。



(2) 線分 AE の長さを求めなさい。

(3) この図形を、点 C を中心に、辺 CD が直線 BC に初めて重なるまで、時計回りに回転させる。このとき、三角形 DOG が通過した部分の面積を求めなさい。

- 6 図1のような、底面が1辺6 cmの正三角形で、高さが12 cmの正三角柱の形をした上部にふたのない容器Aがある。容器の厚さは考えないものとして、次の各問いに答えなさい。



- (1) 容器Aの体積を求めなさい。
- (2) 容器Aの上部から、球を1つ入れたところ、図2のように、球の表面は、容器Aの内側のすべての面に接した。この球の半径を求めなさい。
- (3) 容器Aの上部から、半径が2 cmの球を1つ入れようとしたところ、図3のように球は容器Aに入りきれず、球の表面が容器Aの上部の三角形のすべての辺に接する状態で止まった。このとき、容器Aの底面（容器Aの下部にある三角形）から球の一番上までの高さを求めなさい。

- (4) 水をいっぱいに入れた容器Aの上部から、底面が1辺6 cmの正三角形で、高さが12 cmの正三角錐Bをさかさまにし、底面を水平に保ちながら静かに頂点から沈めていくと水があふれ、正三角錐Bの頂点が容器Aの底面に達した状態で止まった。その後、正三角錐Bを、その底面を水平に保ちながら徐々に引き上げると、水面が下がっていった。図4のように正三角錐Bの引き上げを途中で止めたところ、水面の面積が、容器Aの底面の面積の $\frac{8}{9}$ 倍になった。このとき、容器Aの底面から水面までの高さを求めなさい。

図4

