

平成 31 年度 九州国際大学付属高等学校

数 学 入 学 試 験 問 題

問題冊子（1～11 ページ） 試験時間（50 分）

注 意 事 項

1. 試験問題は、試験開始の合図があるまで開けないこと。
2. 試験開始後、問題冊子の印刷の不具合などに気付いた場合は手を挙げて監督者に申し出ること。
3. 解答は、すべて解答用紙に記入すること。
4. 計算機、定規、分度器、アラーム、携帯電話等の使用は禁止する。
5. 体調不良等の場合は、監督者に申し出ること。
6. 問題冊子は、各自持ち帰ること。

① ～ ⑥ の問題に対する解答用紙への記入上の留意点

- ・ 答えに分数が含まれるときは、それ以上約分できない形にしない。
- ・ 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。ただし、 $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい自然数にしない。
- ・ 円周率は π を用いなさい。
- ・ 解答はすべて解答用紙の枠内に記入しない。

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $(-3)^2 + 12 \div (-4)$ を計算しなさい。

(2) $\sqrt{45} - \frac{10}{\sqrt{5}}$ を計算しなさい。

(3) $(x+3)(x-7) + 4(x+3)$ を因数分解しなさい。

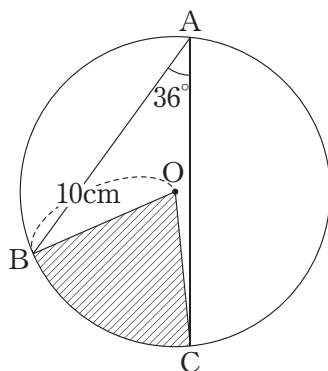
(4) 2次方程式 $3x^2 - 5x + 1 = 0$ を解きなさい。

(5) 関数 $y = 2x^2$ について、 x の値が1から3まで変化するとき、変化の割合を求めなさい。

- (6) 下の表は、K市における、ある月の1日ごとの最高気温を度数分布表にまとめたものである。
この月の最高気温の中央値が含まれる階級の階級値を求めなさい。

階級 (°C)	度数 (日)
6 以上～8 未満	1
8 ～ 10	2
10 ～ 12	6
12 ～ 14	8
14 ～ 16	10
16 ～ 18	3
18 ～ 20	1
合 計	31

- (7) 図のように、半径 10 cm の円 O の周上に 3 点 A, B, C がある。∠BAC = 36° のとき、斜線部分の面積を求めなさい。



- (8) 1つのさいころを2回投げ、1回目に出た目を x , 2回目に出た目を y として、座標平面上に点 $P(x, y)$ をとる。このとき、点 P が直線 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ 上にある確率を求めなさい。

2

図1のような、三角形の形に並んだ15個の円のそれぞれに、次の規則で自然数を入れる。

規則

1段目に5つの連続する自然数を左から順に入れ、2段目のそれぞれは、左下と右下にある2つの数を加えた数を入れる。3段目のそれぞれは、左下と右下にある2つの数を加えた数を入れる。4段目、5段目についても同様にして数を入れる。

例えば、1段目の連続する自然数が1, 2, 3, 4, 5の場合には、図2のように自然数を入れる。

図1

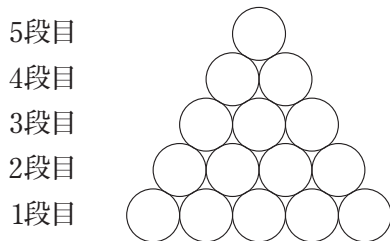
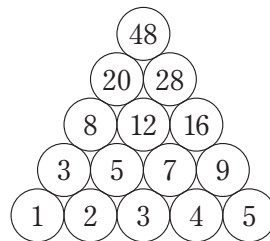


図2



このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) 1段目の連続する自然数が4, 5, 6, 7, 8 のとき、5段目に入る自然数を求めなさい。
- (2) 1段目にどのような連続する自然数を入れた場合でも、5段目に入る自然数は16の倍数である。下の枠内にこのことの証明の一部が書いてある。証明を完成させなさい。

証明

自然数 n を用いて、

1段目の数を左から順に $n, n+1, n+2, n+3, n+4$ とすると、

解答用紙の枠内に記入すること。

したがって、5段目に入る自然数は16の倍数である。

(3) 1段目にどのような連続する自然数を入れた場合でも、必ず成り立つ性質を、以下のア～エからすべて選び、記号で答えなさい。

ア 2段目の数は、すべて奇数である。

イ 2段目の数をすべて加えると、24の倍数である。

ウ 3段目の真ん中の数は、6の倍数である。

エ 4段目の左端の数は、2段目の左から2番目の数の4倍である。

- 3 K高校では、修学旅行で関東地方の遊園地に行く。旅行に参加した翔平くん、なおみさん、圭くん、公介くんの4人が会話をしている。

翔平くん 「アトラクションAもアトラクションBも、すごい行列だね。待ち時間は長いな！でもさー、なぜ待ち時間がわかるのかなー？」

なおみさん 「リトルの法則っていうのがあるらしいよ。それは次のような法則だよ。」

リトルの法則

$$(\text{待ち時間})_{(\text{分})} = (\text{自分の前に並んでいる人数})_{(\text{人})} \div (1 \text{ 分間に行列に加わった人数})_{(\text{人})}$$

翔平くん 「そうなんだー！！じゃあ、僕はアトラクションAに行くよ。3人はどうする？」

なおみさん 「私もアトラクションAに行く！」

圭くん 「僕はアトラクションBに行くね。」

公介くん 「僕は圭くんと一緒にアトラクションBに行くよ！終わったら、みんなで待ち合わせをしようね。」

翔平くん 「じゃあ、圭くんと公介くんは、アトラクションBに着いたら、1分間に行列に加わった人数と、自分より前に並んでいる人数を数えて、僕に携帯電話で教えてよ。」

〈別行動開始〉

〈それぞれのグループがアトラクションA, B に同時に到着〉

翔平くん 「アトラクションAの方は、到着してから1分間に行列に加わったのは6人だね。そして、僕らが到着したときに前に並んでいたのは x 人だったね。」

〈翔平くんの携帯電話が鳴る〉

圭くん (携帯電話) 「もしもし、アトラクションBはね、到着してから1分間に行列に加わったのは8人で、僕らが到着したときに前に並んでいたのは y 人だったよ。」

翔平くん (携帯電話) 「じゃあ、圭くんたちが僕らより先に終わるんだね。」

なおみさん 「翔平くん、アトラクションA楽しみだね。でも、アトラクションBの方が100人多く並んでいるのに10分も早く終わるんだ。」

左の会話文について、次の各問いに答えなさい。ただし、2つのアトラクションA、Bの所要時間は同じとする。また、アトラクションの待ち時間については、会話中のリトルの法則に従うものとする。

- (1) 会話文をもとに に適当な整数値を入れ、連立方程式を完成させなさい。

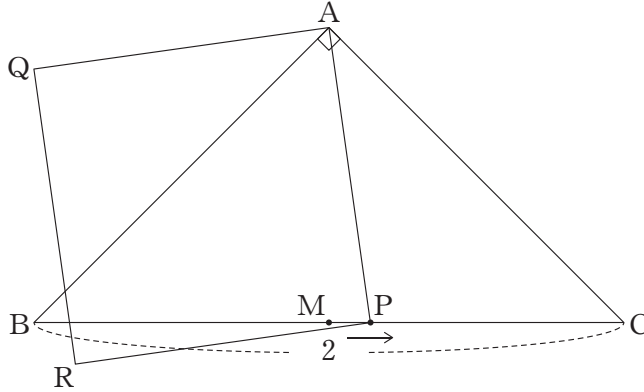
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{\square} - \frac{y}{\square} = \square \\ y = x + \square \end{array} \right.$$

- (2) アトラクションAの待ち時間が何分か答えなさい。

4 $\angle A = 90^\circ$, $BC = 2$ の直角二等辺三角形 ABC があり, 辺 BC の中点を M とする。

図1のように, 点 M を出発し, 線分 MC 上を頂点 C まで動く点 P に対して, 線分 PA を1辺とする正方形 $PAQR$ を描く。ただし, 正方形の頂点 P, A, Q, R は, この順に反時計回りに並んでいるものとする。このとき, 次の各問いに答えなさい。

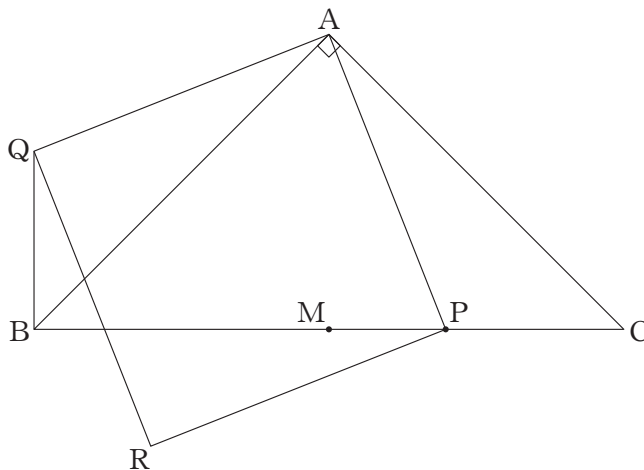
図1



(1) 点 P が頂点 C に達したとき, 正方形 $PAQR$ の面積を求めなさい。

(2) 点 P が線分 MC 上 (ただし, 両端を除く) にあるとき, 図2のように2点 Q, B を直線で結ぶと, $\triangle AQB \equiv \triangle APC$ が成立する。以下には, このことの証明の一部が書いてある。証明を完成させなさい。

図2



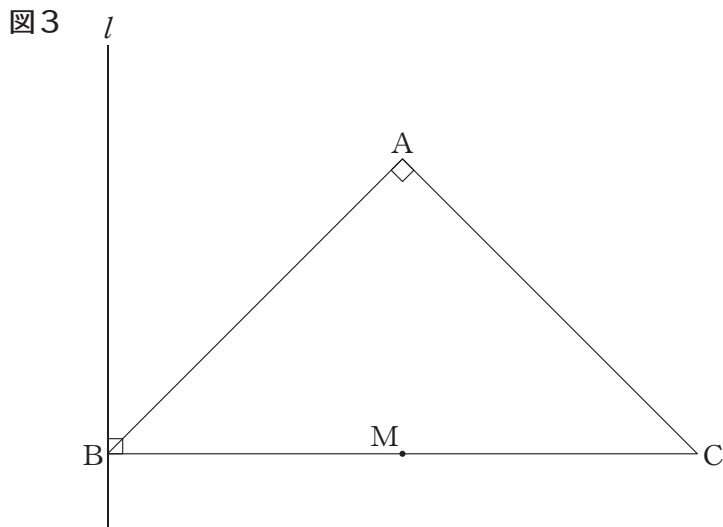
証明

$\triangle AQB$ と $\triangle APC$ において,
 $\triangle ABC$ は $\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形だから,
 $BA = CA \cdots \textcircled{1}$

解答用紙の枠内に記入すること。

したがって、 $\triangle AQB \equiv \triangle APC$ が成立する。

(3) 図3のように、 $\triangle ABC$ の頂点 B を通り、辺 BC に垂直な直線を l とする。

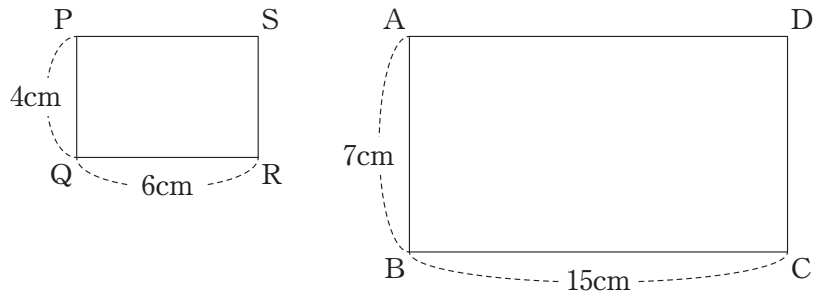


点 P が点 M を出発し、線分 MC 上を頂点 C まで動く間にできる正方形 $PAQR$ の頂点 Q の動きについて、以下のア～エから正しいものを1つ選び、記号で答えなさい。

- ア 点 P が点 M の位置にあるときのみ、頂点 Q は直線 l 上にある。
- イ 点 P が点 C の位置にあるときのみ、頂点 Q は直線 l 上にある。
- ウ 点 P が点 M と頂点 C の位置にあるときのみ、頂点 Q は直線 l 上にある。
- エ 点 P が点 M から頂点 C まで動く間、常に頂点 Q は直線 l 上にある。

- 5 図1のように、縦の長さが7 cm、横の長さが15 cmの長方形 ABCD と、縦の長さが4 cm、横の長さが6 cmの長方形 PQRS がある。

図1



長方形 ABCD を固定し、長方形 PQRS を $AB \parallel PQ$ を満たしながら平行移動する。このとき、1, 2 の各問いに答えなさい。

- 1 辺 CD 上に点 E をとり、線分 AE をひく。はじめ頂点 S は頂点 A と同じ位置にあり、その後、線分 AE 上を点 E まで動いて止まる。点 S の動きに伴って、長方形 PQRS は平行移動する。図2のように、辺 AB, SR 間の距離が x cm のとき、長方形 ABCD と PQRS の重なっている部分の面積を y cm² とする。

図2

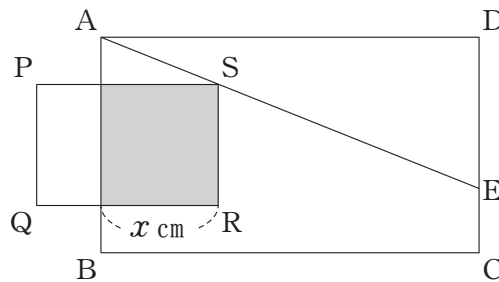
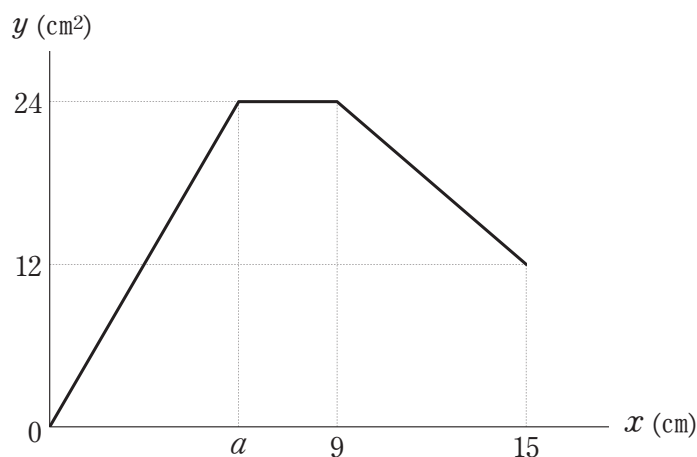


図3はこのときの x と y の関係をグラフに表したものである。

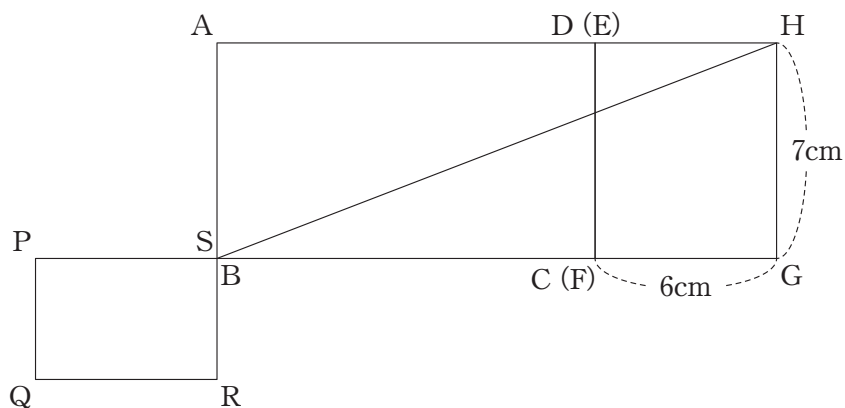
図3



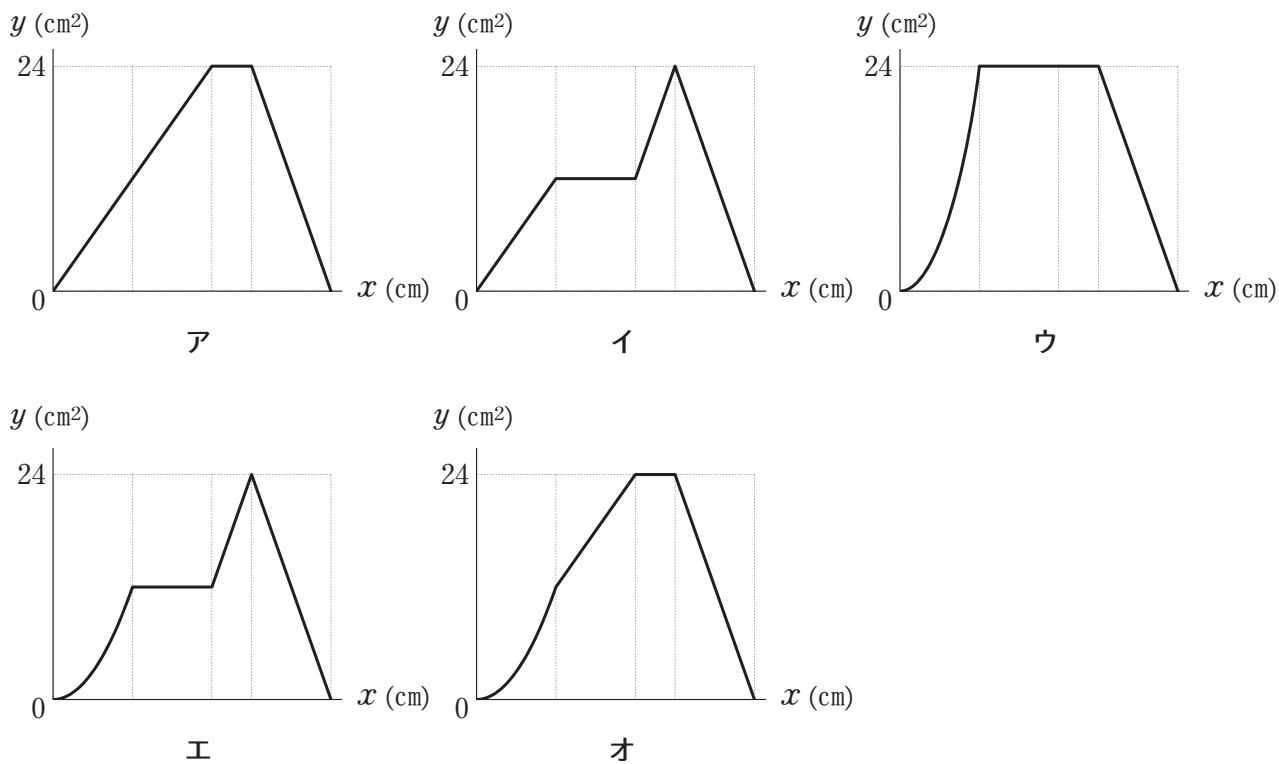
- (1) 図3のグラフ中の a の値を求めなさい。
- (2) 図2の線分 CE の長さを求めなさい。

- 2 図4のように、長方形 ABCD の右側に縦の長さが 7 cm、横の長さが 6 cm の長方形 EFGH を、辺 CD と辺 FE が重なるように置いて固定し、線分 BH をひく。はじめ頂点 S は頂点 B と同じ位置にあり、その後、線分 BH 上を点 H まで動いて止まる。点 S の動きに伴って、長方形 PQRS は平行移動する。辺 AB, SR 間の距離が x cm のとき、長方形 ABCD と PQRS の重なっている部分の面積を y cm² とする。

図4



- (1) このときの x と y の関係を表すグラフとして適当なものを次のア～オから 1 つ選び、記号で答えなさい。

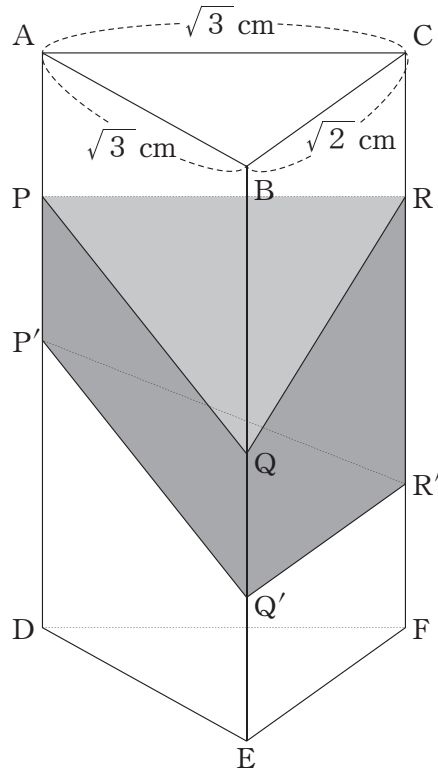


- (2) $y = 20$ をみたす x の値をすべて求めなさい。

- 6 $AB = AC = \sqrt{3}$ cm, $BC = \sqrt{2}$ cm の三角柱 $ABC - DEF$ がある。図のように、辺 AD 上に 2 点 P, P' 、辺 BE 上に 2 点 Q, Q' 、辺 CF 上に 2 点 R, R' を、それぞれ以下の比を満たすようにとる。

$$AP : PP' : P'D = 1 : 1 : 2, \quad BQ : QQ' : Q'E = 2 : 1 : 1, \quad CR : RR' : R'F = 1 : 2 : 1$$

このとき、次の各問いに答えなさい。



- (1) $AD = 2\sqrt{5}$ cm のとき、三角柱 $ABC - DEF$ の体積を求めなさい。

三角柱 $ABC - DEF$ を 3 点 P, Q, R を通る平面と 3 点 P', Q', R' を通る平面で切り、色のついている部分の立体 $PQR - P'Q'R'$ を X とする。

- (2) 立体 X の体積が $\sqrt{5}$ cm³ のとき、辺 PP' の長さを求めなさい。

- (3) 辺 PP' の長さが 1 cm のとき、立体 X の表面積を求めなさい。

計 算 用 紙

計 算 用 紙

計 算 用 紙